PPGESIS

Prova de Seleção

Universidade Federal de Lavras

18 de Outubro de 2010

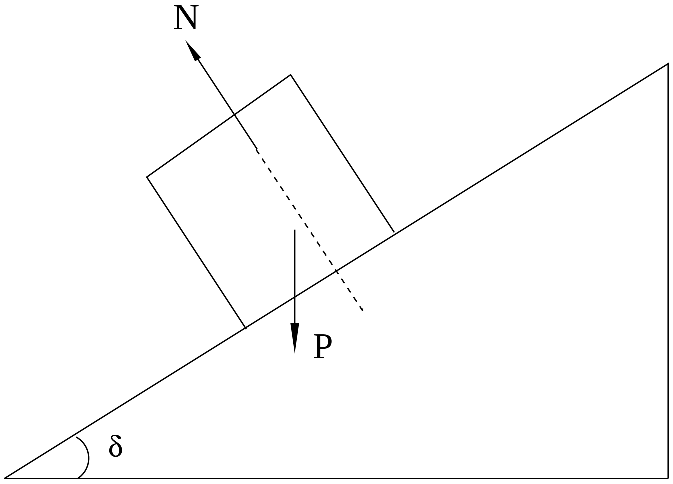
Nome:

ATENÇÃO!
- Justifique suas respostas.
- Responda as questões no quadro correspondente.
- Usar os versos das folhas como **rascunho**.
- **Os rascunhos não serão corrigidos!**

Questão	Nota
1	
2	
3	
4	
Final	

1. **Introdução:**

Um dos movimentos mais simples que pode ser exaustivamente estudado é o movimento de um corpo colocado num plano inclinado, como na fig. abaixo.



Inicialmente, vamos considerar o plano inclinado sem atrito, e assim, as forças que agem sobre o corpo são a atração gravitacional da Terra, que gera o seu peso, $\vec{P} = m\vec{g}$, e a reação normal $\vec{N}$ da superfície do plano inclinado. O plano tem uma inclinação δ e vamos considerar o sistema de eixos de forma a que o eixo x seja paralelo a superfície do plano e orientado para baixo.

1.a) Escreva a equação de movimento para o corpo nas duas direções, x e y.

1.b) Encontre a equação para a velocidade do corpo na forma vetorial, sabendo que em $t = 0$ o vetor velocidade tem módulo nulo.

1.c) Encontre a equação para o vetor posição do corpo, admitindo que o objeto se encontrava no topo do plano para $t = 0$ e que a origem do sistema de referência está localizada nesta posição.

2. Dado o sistema abaixo, calcule os valores de x, y e z pelo método de triangularização de Gauss.

$$\begin{aligned} x + y^2 - cos(z) &= 4 \\ 2x + 3y^2 - 2cos(z) &= 12 \\ 3x - 2y^2 - cos(z) &= -6 \end{aligned} \tag{1}$$

3. Para matrizes, usualmente $(AB)^{-1} \neq A^{-1}B^{-1}$. Por outro lado, se as inversas existem, $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

3.a) Para

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

e

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

calcule $(AB)^{-1}$, $A^{-1}B^{-1}$ e $B^{-1}A^{-1}$ e verifique a afirmação acima.

3. b) Explique porque $(B^{-1}A^{-1})(AB) = I$

4

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= ax(t) + by(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= cx(t) + dy(t) \end{aligned} \tag{2}$$

Esse sistema também pode ser escrito na forma matricial

$$\frac{d\vec{z}(t)}{dt} = \vec{A}\vec{z}(t) \tag{3}$$

sendo

$$\vec{z}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

e

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

As soluções destes tipos de sistemas serão da forma

$$\vec{z}(t) = k_1 \begin{pmatrix} x_{01} \\ y_{01} \end{pmatrix} e^{\lambda_1 t} + k_2 \begin{pmatrix} x_{02} \\ y_{02} \end{pmatrix} e^{\lambda_2 t}$$

sendo k_1 e k_2 constantes que dependem das condições iniciais do problema. Os números λ_1 e λ_2 são os autovalores associados aos autovetores $\vec{z}_{01}$ e $\vec{z}_{02}$ da matriz $\vec{A}$.

4 Determine os autovalores e os autovetores para o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= -y(t) + 2x(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= 3x(t) \end{aligned} \tag{4}$$