PPGESIS
Prova de Seleção

Universidade Federal de Lavras

Nome:

Questão	Nota
1	
2	
3	
4	
Final	

ATENÇÃO!
- Justifique suas respostas.
- Responda as questões no quadro correspondente.
- Usar os versos das folhas como **rascunho**.
- **Os rascunhos não serão corrigidos!**

1 Num instante t, uma célula livre possui volume $v(t)$ e concentração interna $c(t)$. Essa célula é colocada numa solução de concentração c_e. admita que $v(t)$ e $c(t)$ variem de acordo com as equações:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= k_1(c - \alpha c_e) \\ \frac{dc}{dt} &= k_2(v_s - v) + k_3(\alpha c_e - c) \end{aligned} \tag{1}$$

sendo α, k_1, k_2, k_3 constantes positivas e $0 < \alpha \leq 1$.

a) Verifique que v_s é o volume ocupado pela célula numa situação de equilíbrio osmótico. Nessa situação, sua concentração vale αc_e.
b) Mostre que a célula atinge uma situação de equílibrio, sem que $v(t)$ e $c(t)$ oscile, quando $k_3 \geq 2\sqrt{k_1 k_2}$.

2 Determine a série de Taylor para $f(x) = \frac{1}{1-x}$ em $x_0 = 2$. Encontre o raio de convergência da série.

3 Uma partícula se move no plano xy de tal maneira que sua posição, em metros, no instante t, em segundos, é dada por:

$$\vec{r}(t) = [t - sen(t)]\hat{i} + [1 - cos(t)]\hat{j} \tag{2}$$

a) Trace o gráfico de $\vec{r}(t)$;

b) Encontre os valores máximo e mínimo de $|\vec{v}|$ e $|\vec{a}|$.

4 A maneira usual de se calcular a integral imprópria

$$I = \int_0^\infty e^{-x^2}\, dx \tag{3}$$

é primeiro calcular seu quadrado:

$$I^2 = \left(\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx\right)\left(\int_0^\infty e^{-y^2}\, dy\right) = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)}\, dxdy \tag{4}$$

a) Calcule essa integral usando coordenadas polares e resolva a equação resultante para encontrar I.

b) Calcule:

$$\lim_{\infty} erf(x) = \lim_{\infty} \int_0^x \frac{2e^{-t^2}}{\sqrt{\pi}}\, dt \tag{5}$$