

# Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas

## Prova de Ingresso

Junho de 2009

Nome:

Questão	Nota
1	
2	
3	
4	
5	
Final	

### **ATENÇÃO!**

- Justifique suas respostas.
- Responda as questões no quadro correspondente.
- Usar os versos das folhas como **rascunho**.
- **Os rascunhos não serão corrigidos!**

1. a) Determine as equações paramétricas para a superfície gerada pela revolução da curva  $y = 1/x$  em torno do eixo  $x$ .

1. b) Escreva a equação vetorial paramétrica para essa superfície.

1. c) Calcule o volume abaixo dessa superfície supondo que  $1 \leq x \leq 4$ .

- 2** Um modelo desenvolvido em 1954 por W. E. Ricker focaliza-se na determinação da produção máxima sustentável (PMS) que pode ser obtida pela coleta de salmão na parte noroeste do Pacífico. Consideramos que a taxa de nascimento  $r$  pode variar (por exemplo,  $r$  pode depender do tipo de salmão sob investigação ou das condições do mar). Suponha que a população de salmão no instante  $t$  seja

$$N(t, r) = \frac{P}{1 + ae^{-rt}} \quad (1)$$

onde  $r > 0$  é a taxa de nascimento natural do salmão e  $a$  e  $P$  são constantes positivas, e defina a função

$$F(N, r) = Ne^{r(1-N/P)} \quad (2)$$

- 2. a)** Mostre que  $F(N, r)$  tem exatamente um ponto crítico (lembre-se,  $r > 0$ ).

- 2. b)** A produção sustentável é medida pela diferença  $Y(N, r) = F(N, r) - N$ . Considere o caso em que  $r = 0.031$ , e suponha que a população inicial de salmão é  $N(0) = 3000$  e que  $N \rightarrow 4000$  quando  $t \rightarrow \infty$ . Calcule a produção máxima sustentável.

**3. a)** Seja  $z = \sqrt{x} + \sqrt[3]{y}$ .

Calcule a diferencial total de  $z$  no ponto  $(1, 8)$ .

**3. b)** Calcule um valor aproximado para  $z$  correspondente a  $x = 1.01$  e  $y = 7.9$ .

4 Utilizando o Teorema da Integração termo a termo para séries de potências, mostre que

$$f(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots = \operatorname{arctg}(x)$$

quando

$$-1 \leq x \leq 1$$

.

5 Mostre que o valor da integral

$$\int_A^B z^2 dx + 2y dy + 2xy dz$$

não depende do caminho tomado de  $A$  até  $B$ . Justifique.